

Д.А. Максимов

Аспирант ГОУ ВПО «Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова»

Методы и модели формирования оптимальной инвестиционной стратегии предприятия

Methods and models of building-up optimal enterprise investment strategy

Аннотация: рассматривается проблематика разработки постановки задач, методов и моделей выбора оптимального по рыночному критерию варианта инвестиционной стратегии производственного предприятия, в составе которого выделены самостоятельные бизнес-единицы, отличающиеся величиной риска производственной и финансовой сфер.

Abstract: problems of elaboration of setting tasks, methods and models of selection the alternative investment strategy of the enterprise, where separate business units are included, determined by the value of production and financial risks, to be the optimal due to the marked criterion.

Ключевые слова: инвестиционно-инновационная деятельность, риски производственной и финансовой сфер, модели оптимизации инвестиционной деятельности.

Keywords: investment and innovation activities, risks of production and financial sectors, investment activity optimization models.

Рассмотрим задачу формирования инвестиционной стратегии промышленного предприятия, включающей выбор и последующую реализацию набора инвестиционных проектов (ИП) отдельных структурных подразделений - бизнес-единиц (СБЕ), образующих его организационную структуру и дифференцированных по уровню риска производственной и финансовой сфер рыночной деятельности. Каждая СБЕ самостоятельно определяет и предлагает руководству предприятия набор производственно-технологических и организационно-технических проектов, направленных на снижение риска, реализация которых

предусматривает использование финансовых ресурсов, включающих собственные и заёмные средства компании.

Такая постановка задачи делает возможным использование формальных приёмов известной методологии «эффект-затраты» (СВА), ориентированных на разработку методов и моделей отбора эффективных инвестиционных проектов отдельных СБЕ с учетом принадлежности последних к той или иной группе риска.

Основой формализации является принципиальная возможность экспертного оценивания (в усл. ед. – баллах) результатов реализации отдельных ИП на уровень риска производственной и финансовой сфер рыночной деятельности СБЕ. Оценка инвестиционных затрат предприятия может быть основана на внутрифирменных нормативах, учитывающих как собственную инвестиционную практику предприятия, так и отраслевые стандарты.

Введём обозначения:

$i = 1, \dots, I_q$ - индекс q -й группы СБЕ ($q = 0, 1, 2, 3$)¹;

$r_i = 1, \dots, R_i$ - индекс ИП i -й СБЕ;

j - индекс оцениваемой сферы рыночной деятельности («1» - производственная, «2» - финансовая);

b_j - бальная оценка предполагаемого уровня снижения риска рассматриваемой группы СБЕ в сфере j ;

a_{j,r_i} - бальная оценка предполагаемого уровня снижения риска i -й СБЕ в сфере j в случае реализации r_i -го ИП;

c_{i,r_i} - затраты инвестиционных ресурсов² предприятия, которые предполагается выделить на реализацию r_i -го ИП i -й СБЕ;

x_{i,r_i} - искомая интенсивность использования r_i -го ИП i -й СБЕ.

¹ «0» - риск рыночной деятельности отсутствует; «1» - приемлемый уровень риска; «2» - критический уровень риска; «3» - катастрофический уровень риска.

² Затраты включают единовременные капитальные вложения, а также приведенные к началу реализации проекта текущие затраты, дисконтированные по внутренней ставке дисконта.

Дискретная модель формирования оптимальной инвестиционной стратегии для q -й группы СБЕ выглядит следующим образом:

$$\sum_{i=1}^{I_q} \sum_{r_i=1}^{R_i} c_{i,r_i} \cdot x_{i,r_i} \rightarrow \min ; \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{I_q} \sum_{r_i=1}^{R_i} a_{j,r_i} \cdot x_{i,r_i} \geq b_j , \quad j = 1,2; \quad (2)$$

$$\sum_{r_i=1}^{R_i} x_{i,r_i} \leq 1, \quad i = 1, \dots, I_q ; \quad (3)$$

$$x_{i,r_i} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}, \quad i = 1, \dots, I_q, \quad r_i = 1, \dots, R_i. \quad (4)$$

Решение задачи (1) – (4) основано на поиске решения соответствующего непрерывного аналога, в котором ограничения (4) заменяются на ограничения неотрицательности соответствующих переменных:

$$x_{i,r_i} \geq 0, \quad i = 1, \dots, I_q, \quad r_i = 1, \dots, R_i. \quad (4')$$

Прямой задаче (1) – (4') соответствует двойственная:

$$\sum_{j=1}^J b_j u_j - \sum_{i=1}^{I_q} t_i \rightarrow \max ; \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^2 a_{j,r_i} u_j - t_i \leq c_{i,r_i}, \quad i = 1, \dots, I_q, \quad r_i = 1, \dots, R_i; \quad (6)$$

$$u_j \geq 0, \quad t_i \geq 0, \quad j = 1,2, \quad i = 1, \dots, I_q. \quad (7)$$

В записи задачи (5) – (7) u_j - двойственная оценка ограничения вида (2), т. е. двойственная оценка выбранного уровня, на который необходимо уменьшить риск j -й сферы СБЕ q -й группы; t_i - двойственная оценка i -го ограничения вида (3), т. е. двойственная оценка i -й СБЕ.

Рассматривая в дальнейшем итеративную процедуру поиска оптимального решения задачи (1) – (4), обозначим индексом k переменные, относящиеся к k -му шагу.

В частности, на шаге k получены решения $\bar{x}_{i,r_i}(k)$ и $u_j(k)$ пары

сопряженных задач (1) – (4') и (5) – (7). Это позволяет определить вектор $\bar{t}(k)$ двойственных оценок СБЕ³:

$$t_i(k) = \max_{r_i=1, \dots, R_i} \left\{ \sum_{j=1}^2 a_{j,r_i} u_j(k) - c_{i,r_i}; 0 \right\}. \quad (8)$$

Экономическая интерпретация соотношения (8) достаточно очевидна: на k -ом шаге оценка i -й СБЕ определяется как максимальная из возможных оценок его инвестиционных программ. В случае отсутствия эффективных ИП (совокупная оценка которых $\sum_{j=1}^2 a_{j,r_i} u_j(k) - c_{i,r_i} > 0$) двойственная оценка СБЕ принимается равной нулю

(что соответствует условию $\sum_{r_i=1}^{R_i} x_{i,r_i} < 1$).

Определим целочисленный план k -го шага:

$$\bar{x}_{i,r_i}(k) = \begin{cases} 0, & \text{если } \sum_{j=1}^2 a_{j,r_i} \cdot u_j(k) - c_{i,r_i} < t_i(k); \\ 1, & \text{если } \sum_{j=1}^2 a_{j,r_i} \cdot u_j(k) - c_{i,r_i} = t_i(k). \end{cases} \quad (9)$$

В соответствии с соотношением (9) осуществляется отбор эффективных ИП⁴. Эти проекты формируют множество решений k -го шага и заносятся в список эффективных проектов q -й группы СБЕ.

Для перехода к следующему шагу необходимо провести коррекцию задач (1)-(4') и (5)-(7), связанную с осуществленным на шаге k доопределением списка эффективных ИП. А именно, следует сформировать новые списки СБЕ и проектов, исключив пары (i, r_i) , для которых $\bar{x}_{i,r_i}(k) = 1$. Одновременно следует провести коррекцию правых частей ограничений (2):

$$b_j^1 = \max \left\{ b_j - \sum_{i=1}^{I_q} \sum_{r_i=1}^{R_i} a_{j,r_i} \cdot \bar{x}_{i,r_i}(k); 0 \right\}, \quad (10)$$

³ Использование предлагаемого метода определения оценок $t_i(k)$ продиктовано необходимостью удовлетворить соотношениям теорем двойственности.

⁴ Для некоторых СБЕ их может быть более одного.

где b_j^1 - скорректированное значение бальной оценки уровня риска j -й сферы рыночной деятельности q -й группы СБЕ, которое следует использовать на шаге $k+1$.

В остальном структура и элементное наполнение модели, описываемой парой сопряженных задач (1)-(4') и (5)-(7), остаются прежними.

Итерационная процедура является конечной, обеспечивающей единственность оптимального целочисленного решения. Действительно, конечность гарантируется наступлением одного из трех событий: либо исчерпывается список пар (i, r_i) , либо на очередном шаге для всех $j = 1, 2$ $b_j^1 = 0$ (что соответствует случаю, когда стратегические цели инвестиционной политики предприятия достигнуты), либо целочисленные планы двух соседних итераций совпадают.

Можно предложить следующий способ «повышения скорости» поиска оптимального решения, основанный на коррекции двойственных оценок ограничений (2).

Введем корректор $\tau_j(k+1)$ для j -го ограничения, используемого на шаге $k+1$:

$$\tau_j(k+1) = \begin{cases} -1, & \text{если } \sum_{i=1}^{I_q} \sum_{r_i=1}^{R_i} a_{j_i, r_i} \cdot \bar{x}_{i, r_i}(k+1) \geq b_j^1 \text{ и } \sum_{i=1}^{I_q} \sum_{r_i=1}^{R_i} a_{j_i, r_i} \cdot \bar{x}_{i, r_i}(k) \geq b_j; \\ 1, & \text{если } \sum_{i=1}^{I_q} \sum_{r_i=1}^{R_i} a_{j_i, r_i} \cdot \bar{x}_{i, r_i}(k+1) \leq b_j^1 \text{ и } \sum_{i=1}^{I_q} \sum_{r_i=1}^{R_i} a_{j_i, r_i} \cdot \bar{x}_{i, r_i}(k) \leq b_j; \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (11)$$

Корректор $\tau_j(k+1)$ указывает направление, в котором на очередной итерации следует «сдвинуть» оценку u_j . В случае устойчивого «перевыполнения» плана по сокращению уровня риска j -й сферы для q -й группы СБЕ оценку u_j на очередной итерации следует уменьшить. В случае устойчивого «недовыполнения» плана – увеличить. В неопределенных случаях следует оставить прежней.

Сдвиг оценки u_j осуществляется по правилу:

$$u_j^1(k+1) = u_j(k+1) + \left| \tau_j(k+1) \cdot h(k+1) \right| \cdot u_j(k), \quad (12)$$

где: $u_j^1(k+1)$ - скорректированная оценка j -го ограничения (2), которую следует использовать на шаге $k+1$;

$h(k+1)$ - шаг сдвига.

В качестве элементов последовательности $h(k)$ можно использовать члены гармонического монотонного ряда:

$$\begin{aligned} h(k) &\rightarrow 0; \\ h(k+1) &< h(k); \\ \sum_k h(k) &= \infty, \end{aligned} \quad (13)$$

что обеспечивает нивелирование эффекта коррекции с ростом шага и одновременно близость шагов коррекции соседних итераций.

Единственность решения задачи (1)-(4) в случае, если оптимальный план непрерывной задачи (5)-(7) является невырожденным, гарантируется корректностью процедуры формирования вектора $\bar{i}(k)$ двойственных оценок СБЕ и однозначностью применения правила (9).

Качество полученного целочисленного плана \hat{x}_{i,r_i} может быть оценено близостью функционалов (1) непрерывной и дискретной задач:

$$\sigma = \left| \sum_{i=1}^{I_q} \sum_{r_i=1}^{R_i} c_{i,r_i} \cdot \hat{x}_{i,r_i} - \sum_{i=1}^{I_q} \sum_{r_i=1}^{R_i} c_{i,r_i} \cdot \bar{x}_{i,r_i} \right| \cdot (1). \quad (14)$$

Целочисленный план \hat{x}_{i,r_i} включает список пар (i, r_i) СБЕ и ИП, который рекомендуется использовать для q -й группы СБЕ.

Объем необходимого финансирования S_q определяется значением функционала (1):

$$S_q = \sum_{i=1}^{I_q} \sum_{r_i=1}^{R_i} c_{i,r_i} \cdot x_{i,r_i}. \quad (15)$$

В случае дефицита инвестиционных средств ($S < \sum_{q=0}^3 S_q$)

необходимо повысить требования к качеству инвестиционных проектов или сразу для всех групп СБЕ, или целенаправленно для конкретной группы. Последнее достигается изменением вектора правых частей ограничений (2): следует повысить балльную оценку предполагаемого результата реализации инвестиционных стратегий в наиболее значимой с позиции предприятия сфере. В последнем случае сохраняется возможность и прямого директивного изменения сформированного ранее списка (i, r_i) .

Для иллюстрации предложенного метода рассмотрим следующий численный пример.

В структуре производственного предприятия выделены четыре группы СБЕ, каждая из которых характеризуется соответствующими этой группе уровнями производственного риска и совокупного риска финансового состояния.

В контрольном примере для определенности будем рассматривать группу с индексом 2, что соответствует СБЕ с интегральным уровнем риска рыночной деятельности ниже удовлетворительного. Примем, что эта группа содержит 10 СБЕ и в рассматриваемом инвестиционном цикле каждая СБЕ предлагает от 3 до 4 ИП, инвестиционная стоимость которых составляет от 80 до 150 усл. д. е.

Оценка результатов реализации ИП осуществляется в относительной балльной шкале на основе экспертных оценок.

Исходные данные содержатся в таблице (табл.1).

Предполагается выделение инвестиционных ресурсов предприятия на реализацию ИП рассматриваемой группы СБЕ, которые повышают уровень устойчивости в сфере производственной деятельности не ниже 30 ед., в сфере финансовой деятельности – не ниже 20 ед.

На первом шаге получен вектор прямых $\bar{x}_{i,r_i}(1)$ и двойственных $\bar{u}_j(1)$ оценок непрерывной задачи, вектор двойственных оценок СБЕ $\bar{t}(1)$ и соответствующий ему вектор $\bar{x}(1)$.

Таблица 1.

СБЕ	Инвестиционный проект	Затраты инвестиционных средств (в усл. д.е.)	Бальная оценка результатов реализации ИП	
			Производственный риск	Совокупный риск финансового состояния
1	2	3	4	5
1	1	80	3	5
	2	100	4	3
	3	150	3	2
2	1	120	2	2
	2	130	1	3
	3	110	3	5
	4	90	2	1
3	1	120	5	4
	2	150	4	5
	3	100	4	1
	4	85	2	2
4	1	95	3	2
	2	120	2	3
	3	110	1	4
	4	115	3	3
5	1	105	2	2
	2	100	1	2
	3	80	2	5
	4	90	2	3
6	1	130	3	3
	2	110	4	2
	3	100	5	1
	4	150	5	2
7	1	130	4	2
	2	80	2	3
	3	80	2	2
	4	90	1	1
8	1	120	3	1
	2	110	2	2
	3	90	2	2
	4	85	2	2
9	1	100	3	3
	2	95	1	2
	3	130	5	2
	4	80	4	1
10	1	120	4	1
	2	80	3	1

	3	110	3	2
	4	150	2	2
Предполагаемый совокупный эффект b_j			30	20

Указанные данные приведены в табл.2.

Таблица 2.

$\bar{x}_{i,r_i}(1)$	(0;1;0;1;0;0;0;0;0;1;0;0;1;0;0;0;1;0;0;0;1;0;0;0;1;0;0;0;1;0;0;0;0;1;0;0;1;0)
$\bar{u}_j(1)$	(50; 0)
$\bar{t}(1)$	(1030;610;820;730;410;660;890;530;750;550)

Проведена коррекция вектора ограничений b_j : $b_j=(0; 0)$.

Таким образом на первом шаге получено оптимальное решение, заключающееся в выборе следующих инвестиционных проектов:

r2, r4, r10, r13, r18, r22, r25, r29, r35, r38, (суммарные затраты инвестиционных средств 1000 усл. д. е).

Альтернативной для модели (1) – (4') формирования оптимальной инвестиционной стратегии q-й группы СБЕ, является модель с критерием на максимум совокупного эффекта $\sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^{I_q} \sum_{r_i=1}^{R_i} a_{j_i,r_i} \cdot x_{i,r_i}$ от совместной реализации ИП q-й группы СБЕ.

Однако такая постановка задачи не удовлетворяет принципу соблюдения равных прав СБЕ в доступе к инвестиционным ресурсам предприятия.

Действительно, в этом случае в первую очередь будут отобраны ИП СБЕ с высокими значениями показателей, характеризующих уровень снижения риска.

Указанное позволяет предложить следующий вариант модели с критерием на максимум и ограничением на объём средств, выделяемым на финансирование ИП q-й группы СБЕ.

Выделим множество индексов сфер, характеризующих совокупный риск q-й группы СБЕ, для которых ограничения (2) являются вполне актуальными (в этих сферах предполагается снизить риск рыночной деятельности на планируемую величину b_j), в

отдельный класс J_1 . Множество остальных индексов обозначим $J_2 : J_1 \cup J_2 = J$. Объем планируемого финансирования ИП q -й группы СБЕ обозначим S_q .

Сохраняя введенные выше обозначения, сформулируем оптимизационную задачу формирования набора ИП q -й группы СБЕ при заданном ограничении на общий объем финансирования:

$$\sum_{j \in J_2} \sum_{i=1}^{I_q} \sum_{r_i=1}^{R_i} a_{j_i, r_i} \cdot x_{i, r_i} \rightarrow \max ; \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^{I_q} \sum_{r_i=1}^{R_i} a_{j_i, r_i} \cdot x_{i, r_i} \geq b_j, \quad j \in J_1 ; \quad (2')$$

$$\sum_{i=1}^{I_q} \sum_{r_i=1}^{R_i} c_{i, r_i} \cdot x_{i, r_i} \leq S_q ; \quad (17)$$

$$\sum_{r_i=1}^{R_i} x_{i, r_i} \leq 1, \quad i = 1, \dots, I_q ; \quad (3)$$

$$x_{i, r_i} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}, \quad i = 1, \dots, I_q, \quad r_i = 1, \dots, R_i. \quad (4)$$

Алгоритм решения задачи (16), (2'), (17), (3), (4) идентичен рассмотренному выше алгоритму решения задачи (1)-(4).

Составим двойственную задачу:

$$\sum_{i=1}^{I_q} t_i + S_q \cdot Z_q - \sum_{j \in J_1} b_j \cdot u_j \rightarrow \min ; \quad (18)$$

$$\sum_{j \in J_1} a_{j_i, r_i} \cdot u_j - t_i - c_{i, r_i} \cdot Z_q \geq a_{j_i, r_i}, \quad j \in J_2, \quad i = 1, \dots, I_q, \quad r_i = 1, \dots, R_i ; \quad (19)$$

$$u_j \geq 0, \quad t_j \geq 0, \quad Z_q \geq 0, \quad j \in J_1, \quad i = 1, \dots, I_q, \quad q = 0, 1, 2, 3. \quad (20)$$

В записи задачи (18)-(20) переменные u_j и t_j имеют то же содержание, что и в задаче (5) – (7). Вновь добавленная переменная Z_q - двойственная оценка ограничения (17), т.е. оценка средств предприятия, направляемых на финансирование ИП q -ой группы СБЕ.

Вектор $\bar{t}(k)$ двойственных оценок задачи (18)-(20) для шага k задается соотношениями:

$$t_i(k) = \max_{j \in J_2, r_j = 1, \dots, R_i} \left\{ \sum_{j \in J_1} a_{j_i, r_i} \cdot u_j(k) - c_{i, r_i} \cdot Z_q(k); 0 \right\}. \quad (8')$$

Остальные соотношения приведенного выше алгоритма решения задачи (1) – (4) переносятся на вновь рассматриваемую задачу.

Отметим, что наличие разнонаправленных ограничений (2') и (17) является существенной особенностью модели. А именно, если для некоторой группы СБЕ выделяемого финансирования S_q недостаточно, то оптимизационная задача не имеет решения.

Предложенный алгоритм решения двухуровневой целочисленной задачи оптимизации финансирования инвестиционных стратегий СБЕ, составляющих организационную структуру предприятия, аналогичен используемому в методе Данцига-Вульфа и основан на взаимном обмене информацией (показатели эффективности ИП спускаются отдельными СБЕ в исполнительный центр; в обратном направлении передаются наборы эффективных с позиции всего предприятия инвестиционных стратегий СБЕ).

В нашем случае оценками эффективности ИП СБЕ выступают «дискретные оценки», позволяющие на первом шаге получить приближенное к оптимуму решение задачи в рамках всего предприятия.

При этом не требуется заранее иметь все возможные ИП нижестоящего уровня (СБЕ). Более того, новые проекты СБЕ можно учитывать отдельными группами на последующих итерациях.

Литература

1. Ахо А., Хонрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов / Перевод А.О. Слисенко. – М.: Мир, 1979.
2. Халиков М.А., Моделирование производственной и инвестиционной стратегии машиностроительного предприятия. – М.: Изд-во ООО «Фирма-Благовест В», 2003.