Гаджиагаев М. А.

*член совета директоров АКБ «Торговый Городской Банк»
e-mail: gadjiagaev@mail.ru*

Халиков М. А.

*доктор экономических наук,
Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова,
кафедра «Математические методы в экономике», профессор
e-mail: mihail.alfredovich@mail.ru*

Динамическая модель оптимального управления кредитным портфелем коммерческого банка с дополнительным критерием ликвидности временной структуры активов-пассивов

Рассматриваются постановка, формализованная математическая модель и численный метод решения динамической двухуровневой задачи формирования и управления кредитным портфелем коммерческого банка как составной части совокупного банковского портфеля на последовательных временных интервалах. В состав критериев оптимального управления портфелем наряду с доходностью и риском предложено включить и ликвидность временной структуры активов-пассивов, что позволяет повысить финансовую устойчивость банка в условиях возможных «разрывов» ликвидности, связанных с превышением пассивов над активами на некоторых временных интервалах. Модель первого уровня включает мониторинг, оценку качества портфеля ссуд и расчет свободных средств банка для последующего размещения в кредиты. Модель второго уровня- выбор параметров кредитования и кредитных заявок для следующего временного интервала.

Ключевые слова: *коммерческий банк, кредитный портфель, доходность и риск портфеля ссуд, временная согласованность активов и пассивов, динамическая модель портфеля банка, задача булева программирования.*

Gadzhiaev M. A.

*JSB Trade City Bank
e-mail: gadjiagaev@mail.ru*

Halikov M. A.

*Doctor of Economics,
Plekhanov Russian University of Economics, professor of chair
«Mathematical methods in Economics»
e-mail: mihail.alfredovich@mail.ru*

Dynamic model of optimum control of a credit portfolio of commercial bank with additional criterion of liquidity of temporary structure of assets and liabilities

There is the statement, the formalized mathematical model of the numerical method for solving the dynamic two-level problem of formation and the management of the credit portfolio of commercial bank as part of the cumulative bank portfolio at consecutive time intervals. To the structure of criteria of optimum control of a portfolio along with the profitability and risk is also proposed to include the liquidity of temporary structure of assets and liability which allows to improve the financial stability of the bank in terms of possible «gaps» of liquidity associated with the excess of liabilities over assets in certain time intervals. Model of the first level includes monitoring, assess the quality of the loan portfolio and calculation of available funds of the bank for subsequent placement in loans. The second level model is the choice of parameters of credit and loan applications for the next time interval.

Keywords: *commercial bank, credit portfolio, profitability and risk of the loan portfolio, temporary consistency of assets and liabilities, dynamic model portfolio, Boolean programming problem.*

В работах К. Сили [11, 12] и в более поздних работах зарубежных и отечественных авторов представлена широкая группа так называемых полных моделей банка, в которых наряду с традиционными для моделей управления финансовыми активами критериями доходности и риска используется и критерий ликвидности совокупного портфеля банка, понимаемого как устойчивое превышение текущих активов над срочными пассивами. Недостатком модели К. Сили и др. является их статичный характер, не учитывающий временную изменчивость финансовых потоков банка и допустимость кратковременных «разрывов» ликвидности, не нарушающих, однако, его финансовую устойчивость. Рассмотрим динамическую модель формирования и управления кредитным портфелем коммерческого банка на последовательных временных интервалах, в которой используются перечисленные выше критерии, причем в качестве критерия ликвидности банковского портфеля предложено использовать критерий временной согласованности структуры активов-пассивов.

Взаимосвязанные параметры модели классифицируются на входные, управляемые и результативные.

Входные параметры модели характеризуют начальное состояние объекта исследования. Управляемые параметры характеризуют постановку задачи. Некоторые из них являются внешними по отношению к

портфелю и могут изменяться в зависимости от целей моделирования. К управляемым параметрам можно отнести ограничения и условия модели, характеризующие процесс кредитования.

Ограничения дифференцируются по группам:

- юридические (правовые, нормативные), устанавливаемые законодательными актами и инструкциями ЦБ РФ и имеющие обязательный характер;
- управленческие — устанавливаются менеджерами (ЛПР) банка в соответствии с выбранной стратегией управления кредитным портфелем. Они могут быть отражены в ограничениях в виде неявных целевых функций;
- внешние (условия внешней среды) устанавливаются на основе анализа и прогнозирования финансовых рынков, конкурентной позиции банка и его финансово-экономического положения.

При выборе параметров и критериев качества кредитного портфеля необходимо ранжировать показатели банковской деятельности по степени важности и влиянию на кредитный процесс. В источниках [1, 2, 3, 7, 9, 10] приведены основные принципы формирования и управления кредитным портфелем: рациональность кредитования, снижение риска, деятельность в пределах лицензии, Устава и ограничений, устанавливаемых регулятором.

Первый из перечисленных задаёт цель деятельности коммерческого банка — основным критерием портфеля является доходность, которая должна быть обеспечена с учётом ограничений на ликвидность денежных потоков и нормативных требований Банка России по отдельным кредитам и портфелю в целом.

Принцип снижения риска предполагает оценку и учёт риска как отдельных кредитных операций, так и совокупного риска портфеля. В модели кредитного портфеля учёт кредитного риска может быть организован в виде ограничений по лимитам на определённые виды операций.

Итак, в модели оперативного управления кредитным портфелем входная информация характеризует состояние портфеля на конкретный момент времени по отдельным кредитам и срокам исполнения с оценкой доходности (с использованием эффективной процентной ставки) и рискованности (оценка кредитного риска).

Модель первого уровня (мониторинг денежных потоков, генерируемых портфелем) отражает поток возврата заёмных средств и процентов по ним (поступления от заёмщиков) на отчетный период. Ограничениями модели служат лимиты кредитования, установленные

регулятором — Банком России и кредитным комитетом банка, в том числе, наиболее важный — соотношение просроченной и общей ссудной задолженности.

Принцип отражения в ограничениях модели кредитного портфеля внешних и внутренних нормативов реализует принцип диверсификации ссуд в соответствии с требованиями регулятора, кредитной политикой и стратегией банка.

Так как структура кредитного портфеля меняется во времени, то выходные и входные показатели модели имеют актуальную оценку на определённую дату. Движение средств кредитной организации характеризуется динамикой баланса [6]: кредитные средства отражаются в активной части баланса, источники и объёмы средств, направляемых на размещение в кредиты, — в пассиве. Отсюда следует, что в рамках задачи управления кредитным портфелем необходимо отразить объём свободных средств, выделяемых на кредитные операции. При этом сумма кредитов заранее не определена (спрос на кредиты заранее неизвестен). Однако объём кредитного портфеля на каждый момент времени ограничен сверху, что соответствует реальной банковской практике (банк направляет в кредитование заранее определённую кредитной стратегией долю свободных средств).

Перейдём к описанию структуры и элементного состава экономико-математической модели мониторинга кредитного портфеля коммерческого банка (модель первого уровня).

Модели динамики банковских ресурсов, базирующиеся на непрерывном времени, весьма неудобны с позиции практической реализации. Во-первых, они предъявляют высокие требования к массивам данных, необходимых для их тестирования и адаптации, а во-вторых, «физическое» время, как правило, не соответствует внутренним ритмам «жизненного цикла» субъектов социально-экономических отношений (пример — несоответствие «физического» и «экономического» времени в условиях наличия выходных и праздничных дней, в которые банки операции не проводят).

Для перехода от непрерывного времени к дискретному, адекватно учитывающему условия деятельности финансово-экономических институтов, может быть использована интертемпоральная модель Дж. Хикса [7, 10], в которой конечный отрезок времени $[t_n, t_k]$ наблюдения исследуемой системы разбивается на равные интервалы длиной Δ :

$$[t_n, t_n + \Delta), [t_n + \Delta, t_n + 2\Delta), \dots, [t_n + (N - 1) \cdot \Delta, t_k],$$

где $N = \left[\frac{t_k - t_n}{\Delta} \right]$. Заметим, что все интервалы, кроме последнего, являются открытыми справа.

Данное разбиение предполагает, что внутри интервала $[t_n + (k-1) \cdot \Delta, t_n + k \cdot \Delta]$ все параметры состояния банка, внешние и внутренние условия его функционирования являются постоянными и изменяются лишь при переходе через границы очередного временного промежутка.

Модель Дж. Хикса получила название «интертемпоральной» именно потому, что согласно ей все транзакции по кредитному портфелю происходят между временными интервалами, а вместо непрерывного («физического») времени используется дискретное «банковское время» t , принимающее значение $0, 1, \dots, k, \dots, N^1$. Относительно моментов дискретного времени фиксируются вектора состояний (исходных характеристик) и вектора денежных потоков.

Отрезки DDD одинаковой длины, на которые разделён временной интервал назовём модельными периодами (месяц, день или часть дня). Выражение «момент времени» будет означать (если не оговорено иное) номер модельного периода. В тех случаях, когда двойное толкование исключено, модельный период будем называть «периодом».

Сделаем следующие упрощающие модель допущения, часть из которых приведена в работах [7, 9]:

- банк не оказывает существенного влияния на финансовый рынок (не относится к крупнейшим, системообразующим банкам);
- банк при проведении кредитно-депозитарной деятельности зависит только от решений собственников;
- на протяжении рассматриваемого интервала функционирования банка сохраняет статус и состав операций.

В качестве типовых денежных потоков (притоков и оттоков) в модели кредитного портфеля присутствуют потоки от операций по:

- поступлению денежных средств от размещённых кредитов;
- размещению денежных средств в кредиты;
- погашению обязательств.

Исходя из сделанных допущений, в модели среднерыночные процентные ставки и доходность определяются совокупным спросом и предложением всех банков, поэтому банк принимает сложившиеся на рынке процентные ставки и доходность и, отталкиваясь от них, опре-

¹ Допущение о разбиении исходного временного периода именно на равные части интервалы не имеет принципиального значения. Гораздо более существенным представляется требование о постоянстве условий функционирования объекта управления внутри интервалов.

деляет процентную политику. При формировании процентной политики важную роль играет выбор базовой процентной ставки по межбанковским, корпоративным кредитам и розничным кредитам работам [1, 8, 10].

Модель мониторинга кредитного портфеля банка учитывает следующие параметры потока средств банка, генерируемых активно-пассивными операциями, и особенности его регулирования: объём размещённых средств, объём процентных поступлений, своевременность и полнота возврата основного долга по кредитам, объём привлечённых средств, процентные расходы по привлечённым средствам, ликвидность портфеля, выполнение внешних и внутренних нормативов.

Введём следующие переменные:

t, τ – индексы (порядковые номера) модельных периодов на рассматриваемом интервале $[0, T]$;

$N^{(t)}$ – количество выданных и незакрытых кредитов на период t (n – индекс кредита);

$V_n^{(t)}$ – объём кредита с индексом n на период t ;

$V^{(t)}$ – объём кредитного портфеля банка на период t ;

$Y^{(t)}$ – объём погашений (поток платежей) по ранее размещённым кредитам на период t ;

$u^{(t)}$ – доля плановых платежей на период t ;

$\rho^{(t)}$ – доля от суммы просроченных платежей по ранее размещённым кредитам, уплаченная на период t ;

$\alpha^{(t)}$ – доля от суммы просроченных платежей по выданным кредитам, списанная в течение периода t (ввиду бесперспективности взыскания);

$P^{(t)}$ – сумма просроченных платежей по выданным кредитам на период t ;

$\beta^{(t)}$ – доля основного долга по кредитам, погашенного в периоде t ;

$O^{(t)}$ – стоимость обеспечения выданных кредитов на период t ;

$k^{(t)}$ – коэффициент коррекции стоимости обеспечения в соответствии с реализованным обеспечением по неисполненным кредитам в периоде t ;

$n^{(t)}$ – процентная ставка по текущему кредиту на период t .

Модель мониторинга и оценки активов банка для периода t включает следующие уравнения баланса в терминах введённых выше переменных:

$$V^{(0)} = \sum_{n=1}^{N^{(0)}} V_n^{(0)} \text{ (объём кредитного портфеля на нулевой период); (1)}$$

$$Y^{(t)} = v^{(t)} \cdot \sum_{n=1}^{N^{(t-1)}} V_n^{(t-1)} \cdot \left(1 + f_n^{(t-1)} \cdot \frac{\Delta}{365}\right) + k^{(t)} \cdot 0^{(t-1)} + \rho^{(t)} \cdot P^{(t-1)} \quad (2)$$

(поток платежей по выданным кредитам, включающий средства, возвращённые в соответствии с графиком платежей, компенсацию за невозвращённые средства за счёт реализации залога и просроченные платежи, поступившие в текущий период);

$$P^{(t)} = (1 - \rho^{(t)} - \alpha^{(t)}) \cdot P^{(t-1)} + (1 - v^{(t)}) \cdot \sum_{n=1}^{N^{(t-1)}} V_n^{(t-1)} \cdot \left(1 + f_n^{(t-1)} \cdot \frac{\Delta}{365}\right). \quad (3)$$

Контроль качества кредитного портфеля банка на модельном интервале t предлагается осуществлять с применением финансовых коэффициентов [3], основным из которых на этапе мониторинга портфеля является коэффициент $k2$ – просроченных ссуд – невозврата основной суммы долга – отношение просроченной задолженности к величине кредитного портфеля:

$$k2^{(t)} = \frac{P^{(t)}}{V^{(t)}}. \quad (4)$$

Допустимой считается доля просроченной задолженности в кредитном портфеле менее 5%, критической – 15% [1, 3]. В банковской практике пороговое значение $\overline{k2}_{np}$ этого коэффициента устанавливается на основе внутренних нормативов банка.

С учётом порогового значения $\overline{k2}_{np}$ коэффициента невозврата основной суммы долга получим следующее актуальное для периода t его превышение:

$$\Delta k2^{(t)} = \max \left\{ 0; \frac{P^{(t)}}{V^{(t)}} - \overline{k2}_{np} \right\}, \quad (5)$$

которое следует учесть при формировании кредитного портфеля на следующем модельном интервале.

Модель второго уровня (взаимодействия портфеля активов с портфелем банка в целом) предназначена для выбора параметров кредитного портфеля банка на следующем интервале планирования (в первую очередь инвестируемых в кредиты средств банка) на основе обеспечения ликвидности временной структуры активов-пассивов.

Пусть $M^{(\tau)}$ – число вновь возникших обязательств банка в периоде τ ; $m = 1, \dots, M^{(\tau)}$ – индекс депозита; $D_{m,\tau}^{(t)}$ – объём обязательств по депозиту с индексом m (основная сумма (в начальном периоде) и проценты (в каждом текущем периоде)), заключённому в период τ , на модельный период t . Тогда требуемая ликвидность $L(t)$ портфеля депозитов банка на период t_0 может быть оценена величиной:

$$L(t_0) = \sum_{t=0}^{t_0-1} \sum_{\tau=0}^t \sum_{m=1}^{M(\tau)} D_{m,\tau}^{(t)} \quad (6)$$

Ограничениями модели взаимодействия портфелей активов и депозитов банка выступают требования по погашению обязательств полностью и в срок (требования ликвидности). Однако согласовать потоки погашений обязательств и потоки платежей по выданным кредитам «без зазоров» нереально. Напротив, реально согласовать эти потоки, обеспечив опережающий возврат средств от кредитов.

Исходя из этой предпосылки, рассмотрим стратегию кредитования, ориентированную на рост согласованности временной структуры активов-пассивов. В рамках этой стратегии резервы ликвидности между возвратами активов и погашением обязательств целесообразно использовать для получения дохода в коротких межбанковских кредитах (под процент r).

Так как выполнение ограничений по объёмам ликвидности актуальны для моментов погашения обязательств τ , то определим агрегированный поток $Y^{(\tau)}$ платежей для периода $\Delta\tau$ между последовательными погашениями обязательств $(\tau - 1; \tau)$:

$$Y^{(\tau)} = \sum_{t=\tau-1}^{\tau} Y^{(t)} \cdot (1+r)^{\Delta\tau}. \quad (7)$$

Ограничение по ликвидности совокупного портфеля банка:

$$Y^{(\tau)} \geq L^{(t)}, \tau \in [t - 1; t]. \quad (8)$$

является «узловым» с позиции согласованности временной структуры активов-пассивов.

В случае полной согласованности временной структуры неравенство (8) выполняется для всех $t = 1, \dots, T$, в противном случае – только для части временных интервалов.

В модели взаимодействия портфелей активов и пассивов банка следует учитывать то обстоятельство, что кредитный портфель является составной частью банковского портфеля в целом: денежные потоки кредитного портфеля формируются не только за счёт средств, поступающих от ранее размещённых кредитов. По этой причине потенциальный объём средств $PV^{(t)}$, которыми располагает кредитный менеджер для формирования кредитного портфеля на момент времени t , может быть представлен соотношением:

$$P V^{(t)} = Y^{(\tau)} - L^{(t)} + X^{(t)}; \tau \in [t - 1; t], \quad (9)$$

где: $X^{(t)}$ – случайная величина, представляющая собой свободный остаток денежных средств банка (со знаком «+» или «-») после исполнения всех обязательств на момент времени t .

$X^{(t)}$ определяется из платёжного баланса банка на период t :

$$S^{(t)} = S^{(t-1)+Y^{(t-1)}} + L^{(t)} - Y^{(t)} - L^{(t-1)} + |X^{(t)}|, \quad (10)$$

где: $S^{(t)}$ — сальдо денежного потока банка в момент времени t .

Альтернативный расчёт $X^{(t)}$ можно провести по остаткам денежных средств на корреспондентском счёте банка.

Зная величины $PV^{(t)}$ и долю $\alpha^{(t)}$ средств, направляемых для размещения в кредиты (выбираемую в соответствии со стратегией и кредитной политикой банка), определим величину $\alpha^{(t)} \cdot PV^{(t)}$, задающую верхнюю границу свободного остатка денежных средств для размещения в кредиты для периода времени t .

Выбор управлений по кредитному портфелю банк осуществляет в зависимости от состояния ликвидности и денежных потоков $Z^{(t)} = \{S^{(t)}, Y^{(t)}, L^{(t)}\}$, наблюдаемых на временном интервале t .

В [3] представлен численный метод определения верхней границы свободных денежных средств банка для размещения в кредиты с учетом нормативов ликвидности Н2, Н3, Н4 и Н5, установленных регулятором. Пусть $HV^{(t)}$ — величина свободных средств, рассчитанная на основе этого метода.

Определим $W^{(t)}$ — верхний предел приращения кредитного портфеля для периода t :

$$W^{(t)} = \min\{\alpha^{(t)} \cdot PV^{(t)}; HV^{(t)}\}. \quad (11)$$

Определив фонд $W^{(t)}$ кредитного портфеля на момент времени t , решаем задачу формирования кредитного портфеля для этого периода.

Принципиальный алгоритм решения этой задачи соответствует алгоритму выбора портфеля финансовых активов с критерием доходности и ограничениями на совокупный риск и ликвидность временной структуры. Ограничение на ликвидность требует коррекции объёма $W^{(t)}$ прироста кредитного портфеля с учётом необходимости резервирования части средств для покрытия дефицита ликвидности.

В случае полной согласованности временной структуры активов-пассивов на модельном интервале t (точного совпадения активов и пассивов в каждом временном промежутке τ интервала t) объём $\Omega^{(t)}$ свободных средств банка для размещения в кредиты в конце интервала t совпадает с определённой формулой (11) величиной $W^{(t)}$.

В случае неполной согласованности временной структуры активов-пассивов на модельном интервале t общий объём $\Omega^{(t)}$ планируемых кредитов не должен превосходить величины $A^{(t)} - \Pi^{(t)}$, где $\Pi^{(t)}$, $A^{(t)}$ —

величины соответственно пассивов и активов банка в конце модельного интервала t . В этом случае удаётся повысить согласованность срочной структуры активов-пассивов на интервале $[t-1, t]$ за счёт повышения ликвидности портфеля банка на промежутках τ с «разрывами» ликвидности.

Таким образом, в этом случае объём $\Omega^{(t)}$ планируемых кредитов определяется выражением:

$$\Omega^{(t)} = \min \left\{ A^{(t)} - \Pi^{(t)}; W^{(t)} \right\}. \quad (12)$$

Отметим, что если $\Pi^{(t)} - A^{(t)} > 0$ (дефицит ликвидности), кредитование возможно в исключительных случаях на величину остатка свободных средств банка за вычетом депозитов «до востребования» и приравненных к ним пассивов.

Рассмотрим задачу выбора оптимального по критериям «доходность»-«риск» набора кредитных заявок для временного интервала t с учётом определённого выше объёма $\Omega^{(t)}$ планируемых для инвестирования в кредиты пассивов, в расчётах которого учтена направленность стратегии банка на повышение ликвидности временной структуры активов-пассивов.

Обозначим $I^{(t)}$ – множество индексов i кредитных заявок ($i = \overline{1, I^{(t)}}$), поданных в интервале времени $(t-1, t)$ и прошедших предварительный отбор по критериям:

а) доступной величины кредита:

$$V_i^{(t)} \leq \min \{ 0,25K^{(t)}; \Omega^{(t)} \}, \quad (13)$$

где: $V_i^{(t)}$ – объём запрашиваемого по i -й заявке кредита, $K^{(t)}$ – величина собственного капитала банка на начало периода t ;

б) соблюдения срока (периода) кредитования:

$$pr_i^{(t)} \leq PRmax, \quad (14)$$

где: $pr_i^{(t)}$ – срок размещения средств в i -й кредит, $PRmax$ – продолжительность наибольшего (по сроку) источника (депозиты, межбанковские кредиты и т.д.) в пассивах;

в) соответствия процентной ставки кредитной политике банка:

$$k_i^{(t)} \geq k \min(p_i), \quad (15)$$

где: $k_i^{(t)}$ – оговоренная с заёмщиком процентная ставка по i -му кредиту, p_i , $k \min(p_i)$ – соответственно кредитный рейтинг и минимальная стоимость кредита для i -го заёмщика, определяемая в соответствии с его кредитным рейтингом (см. формулу (20));

г) соблюдения ограничения на величину $d_i^{(t)}$ риска невозврата:

$$d_i^{(t)} \leq Dmax, \quad (16)$$

где: $Dmax$ – максимально допустимое значение вероятности риска невозврата по кредиту, определённое кредитной стратегией банка.

Таким образом, набор $I^{(t)}$ включает кредитные заявки, прошедшие предварительный отбор на соответствие требованиям регулятора и кредитной политике банка.

Каждая i -ая заявка из набора $I^{(t)}$ характеризуется параметрами: $x_i^{(t)}$ – булева переменная, отмечающая факт включения (невключения) i -й заявки в кредитный портфель, формируемый в конце интервала t , $V_i^{(t)}$ – объём запрашиваемого кредита, $pr_i^{(t)}$ – срок (продолжительность кредита), $k_i^{(t)}$ – процентная ставка по кредиту, $d_i^{(t)}$ – вероятность (риск) невозврата кредита.

Будем дополнительно предполагать, что:

(1) заёмщик осуществляет полный возврат основной суммы кредита и процентов в установленный срок либо полностью отказывается от платежей по кредиту и процентов по нему;

(2) банк с целью повышения ликвидности временной структуры активов – пассивов недоиспользованный объём пассивов из t -го временного интервала величиной $\Omega^{(t)} - \sum_{i \in I^{(t)}} V_i^{(t)} \cdot x_i^{(t)}$ включается в кредитный портфель и используется в «абсолютно» надёжных и сверхликвидных инвестициях, для которых процентная ставка может быть принята на уровне минимальной ставки $k_{min}^{(t)}$ доходности по абсолютно ликвидным активам (например, не ниже ставки ref_t рефинансирования ЦБ для интервала t), риск невозврата по которым равен 0.

Для сформулированной выше задачи формирования кредитного портфеля определим планируемый процентный доход $F(\bar{X}^{(t)})$ от реализации комбинации заявок, включённых в набор $\bar{X}^{(t)}$:

$$F(\bar{X}^{(t)}) = \sum_{i \in I^{(t)}} V_i^{(t)} \left(1 + k_i^{(t)} \cdot pr_i^{(t)} \right) \cdot \left(1 - d_i^{(t)} \right) \cdot x_i^{(t)} + \left(\Omega_i^{(t)} - \sum_{i \in I^{(t)}} V_i^{(t)} \cdot x_i^{(t)} \right) \cdot ref_t = \sum_{i \in I^{(t)}} V_i^{(t)} \cdot c_i^{(t)} \cdot x_i^{(t)} + \Omega_i^{(t)} \cdot k_{min}^{(t)}, \quad (17)$$

$$где c_i^{(t)} = \left(1 + k_i^{(t)} \cdot pr_i^{(t)} \right) \cdot \left(1 - d_i^{(t)} \right) - k_{min}^{(t)} \quad (18)$$

весовой коэффициент i -го кредита в линейной свёртке (17), характеризующий доходность и рискованность i -й кредитной заявки.

Исходя из критерия безубыточности включаемых в портфель ссуд, систему ограничений (13)–(16) задачи предварительного отбора кредитных заявок следует дополнить ограничением

$$\left(1 + k_i^{(t)} \cdot pr_i^{(t)}\right) \cdot \left(1 - d_i^{(t)}\right) \geq k_{min}^{(t)}, \quad (19)$$

характеризующим безубыточность кредита по i -й заявке.

На основе неравенства (19) найдём выражение для нижней границы стоимости кредита по i -й заявке:

$$k_i^{(t)} \geq \frac{1}{pr_i^{(t)}} \cdot \left(\frac{k_{min}^{(t)}}{1 - d_i^{(t)}} - 1\right). \quad (20)$$

Учитывая то обстоятельство, что величина $\Omega^{(t)} - \sum_{i \in I^{(t)}} V_i^{(t)} \cdot x_i^{(t)}$ на выбранном горизонте планирования является постоянной, запишем формальную модель выбора оптимальной комбинации кредитных заявок из набора $I^{(t)}$, в котором заявки прошли предварительный отбор по критериям (13)–(16), (19):

$$\sum_{i \in I^{(t)}} V_i^{(t)} \cdot c_i^{(t)} \cdot x_i^{(t)} \rightarrow \max, \quad (21)$$

$$\sum_{i \in I^{(t)}} V_i^{(t)} \cdot x_i^{(t)} \leq \Omega^{(t)}, \quad (22)$$

$$x_i^{(t)} \in \{0; 1\}. \quad (23)$$

В качестве дополнительного ограничения модели (21)–(23) предлагается использовать ограничение на долю накопленной (с учётом нового интервала планирования t) просроченной задолженности:

$$\frac{\sum_{i \in I^{(t)}} V_i^{(t)} \cdot \left(1 + k_i^{(t)} \cdot pr_i^{(t)}\right) \cdot d_i^{(t)} \cdot x_i^{(t)} + P^{(t-1)}}{\nabla^{(t-1)} + \sum_{i \in I^{(t)}} V_i^{(t)} \cdot x_i^{(t)}} \leq \overline{k2}_{np} - \overline{\Delta k2}^{(t)}, \quad (24)$$

где $\overline{\Delta k2}^{(t)}$ – величина «усиления» норматива $\overline{k2}_{np}$ для коэффициента $k2$ по итогам мониторинга кредитного портфеля на модельном интервале $t - 1$.

Решение о применении и величине усиления порогового значения коэффициента $k2$ принимается кредитным менеджером на основании величины $\Delta k2^{(t-1)}$ роста кредитного риска портфеля на интервале планирования $t - 1$, рассчитанной по формуле (5), и изменений кредитной политики банка на текущем интервале планирования.

Модель выбора оптимального по критериям доходности, риска невозврата и ликвидности временной структуры активов-пассивов банка, набора кредитных заявок, включаемых в кредитный портфель для

модельного периода t , задаваемая соотношениями (21)–(24), относится к моделям булева (в общем случае целочисленного) программирования и для случая одного интервала может быть эффективно решена переборным алгоритмом [5]. Для случая её реализации в составе динамической модели оптимального управления активами и пассивами коммерческого банка на интервале $[1; T]$ может быть предложен численный алгоритм, аналогичный алгоритму решения дискретной задачи большой размерности из работы [4].

Представленная модель не является законченной: возможен учёт дополнительных ограничений на лимиты по отдельным активным операциям. Менеджеры в конкретных условиях могут дополнять и корректировать модель в соответствии с выбранной стратегией. Окончательный вид и структура математических моделей оптимального управления банковским портфелем во многом зависит от объективных и субъективных характеристик – целей, объёмов собственных ресурсов, отношения менеджеров и собственников банка к риску и т.д.

Представленная модель в полной мере может быть отнесена к полным моделям банка, так как отражает основные закономерности финансовых потоков по активно-пассивным операциям. Результаты расчётов по этой модели позволят менеджерам принимать обоснованные решения по управлению кредитным портфелем банка по критериям доходности, риска и ликвидности временной структуры активов-пассивов.

Используемые источники

1. Батракова Л.Г. Экономический анализ деятельности коммерческого банка. – М.: «Логос», 2005.
2. Закревская Е.А. Подходы и методы оценки стоимости компании в условиях рыночной экономики // Ученые записки Российской академии предпринимательства. – 2009. – № 17. – С. 168–177.
3. Инструкция ЦБ РФ «Об обязательных нормативах банков» № 110-И (от 16.01.2004).
4. Максимов Д.А., Халиков М.А. Методы оценки и стратегии обеспечения экономической безопасности предприятия. – М.: ЗАО «Гриф и К», 2012. – 219 с.
5. Мину М. Математическое программирование. Теория и алгоритмы. – М.: Наука, 1990.
6. Положение ЦБ РФ «О правилах ведения бухгалтерского учета в кредитных организациях, расположенных на территории Российской Федерации» № 205-П (от 05.12.2002).

7. Роуз Питер С. Банковский менеджмент. – М.: Дело, 1997.
8. Черемных О.С. Процессно-стоимостной подход к управлению коммерческим банком // Банковское дело. – 2003 – № 7.
9. Klin M. Theory of the banking firm. J. Money. Credit and banking. 1971, May.
10. Pyle D.H. On the theory of financial intermediation. J. Finance. 1971, June.
11. Sealey C.W. Valuation, capital structure, and shareholder unanimity for depository financial intermediates. J. Finance. 1983, June.
12. Sealey C.W. Finance theory and financial intermediation: proc.of the conference on bank structure and competition. Federal reserve bank of Chicago, 1987.